

年齢・身長別体重の平均値（中央値）と

基準範囲の推定

（分担研究：小児期からの健康増進対策に関する研究）

箕輪眞澄、丹後俊郎

要約：身長別体重の平均値（中央値）、基準範囲を性、年齢別に推定した。基本的な方法は体重の分布は正規分布より高値に長い裾を引く対数正規分布にしたがうと仮定した回帰直線を適用した。

見出し語：対数正規分布、等確率楕円、外れ値、回帰式

1. はじめに

身長は経験的に正規分布にしたがうことは知られている。例えば、図1は男子15歳の身長のヒストグラムである。きれいな対称型をした分布をしている。一般に、「長さ」の確率分布はほぼ正規分布にしたがうことが多い。しかし、胸囲の分布は非対称な高値に裾が長い。これは、長さといえども、空間的な大きさの要素が大きいためであろう。ところで、体重は長さの3乗に比例するので、正規分布にしたがわず高値に裾が長い分布を示すことが多い。図2(a)には男子15歳の体重の分布である。確かに、非対称である。これに対して、体重の対数をとった分布は図2(b)に示すようにほぼ対称形の正規分布に近くなる。このようなことを議論すると「肥満児が多いから正規分布にしたがわないの

であり、肥満児を除けば正規分布にしたがうはずである」という反論がだされるかもしれない。しかし、それは肥満児の定義に大きく関連するのでそう簡単ではない。もし、体重と身長の平面で「肥満児領域」が定義されるとすれば、その領域の外の分布は明らかに「正規分布」を示さない。分布の裾がすっぽり抜けてしまい、かつ、非対称な分布は依然そのままであるからである。さらに、体重に正規分布を仮定した等確率楕円を適合させると、図3に示す男子15歳の等確率楕円（95%と99%）に見るように楕円内にデータが均等に散布せず、楕円の下部の方にデータが存在しない現象が発生する。これは、その仮定が誤りであることを示す。

国立公衆衛生院疫学部

(Department of Epidemiology, The Institute of Public Health)

2. 方法

ここでは、体重の分布の正規化をはかるための変換として対数変換を採用する。身長を x とし、体重の対数変換値を $y = \log(\text{体重})$ とした2次元平面上で2変量正規分布をあてはめ、 $100(1-\alpha)\%$ 等確率楕円

$$D2 = \frac{1}{1-\rho^2} \left\{ \left(\frac{X-\mu_x}{\sigma_x} \right)^2 - 2\rho \left(\frac{X-\mu_x}{\sigma_x} \right) \left(\frac{Y-\mu_y}{\sigma_y} \right) + \left(\frac{Y-\mu_y}{\sigma_y} \right)^2 \right\} = \chi^2_{2, \alpha} \quad (1)$$

の中が基準範囲（正常範囲に相当するもの）と考えられる。ここで、 $\chi^2_{2, \alpha}$ は自由度2のカイ2乗分布の上側 $100\alpha\%$ 点である。いわゆる95%の範囲は $\alpha = 0.05$ で、99.7%（3シグマ）に相当するのは $\alpha = 0.0027$ となる。身長別の平均体重は y の x に対する回帰直線を指数変換したものと推定される。これは生データでは中央値の推定値となる。

$$\begin{aligned} E(Y|X) &= \exp \left\{ \mu_y + \rho \frac{\sigma_y}{\sigma_x} (X - \mu_x) \right\} \\ &= \exp \{ a + bX \} \end{aligned} \quad (2)$$

実際の資料では、対数変換しても外れ値と思われるデータが存在し、それを除くか、外れ値にあまり影響を受けないロバストな回帰直線を推定する必要があるが、ここでは中心から3シグマ以上離れたデータを逐次的に除外する方法で外れ値を除外した。ただ、除外されたデータ数は元のデータ数の1%以下であるので殆ど結果に影響はなかった。

3. 結果

男児15歳を例にして手順を説明する。

(1) まず、(1)式の95%、99.7%等確率楕円を外れ値を除外した後のデータから推定する。その結果は図4の太線で示す通りで、図4(a)には生データの散布図、図4(b)には外れ値除去後のデータの散布図と一緒にプロットしたものである。なお、細線は体重に正規分布を仮定した場合に推定された等確率楕円である。

(2) 次に(2)式の身長別平均体重の推定値を計算する。図4にその曲線（太線）が示されている。また、図4には体重に正規分布を仮定した場合の身長別平均体重を表わす回帰直線 $y = c + dX$ （細線）も示した。その差は身長の平均値から離れるにしたがい大きくなる。

この処理を5歳から17歳までの男児、女児について行い、表1には式(2)の係数 a 、 b の推定値を示し、年齢・身長別平均体重（中央値）の推定値を男児については表2に、女児については、表3に示した。

参考文献

丹後俊郎(1986). 臨床検査への統計学、第6章 朝倉書店。

図3 男児15歳の身長をx軸、体重をy軸にしたデータの散布図と体重に正規分布を仮定した等確率楕円(95%、99.7%)。

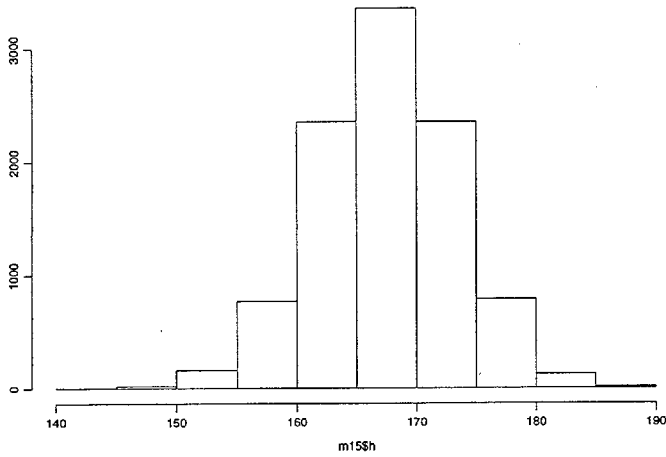


図1 男児15歳の身長のヒストグラム

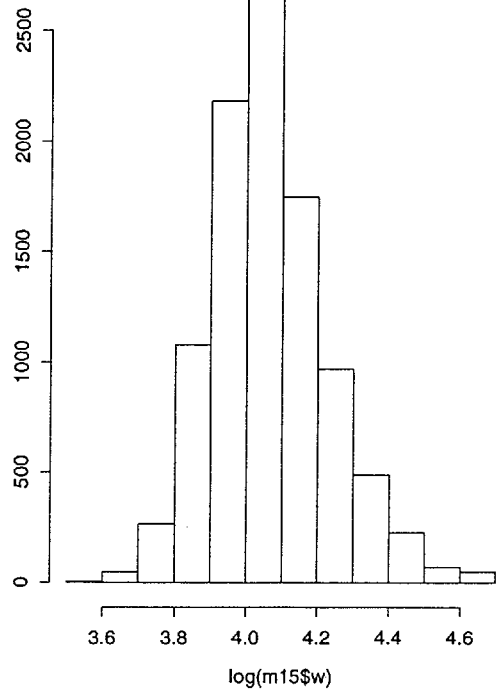
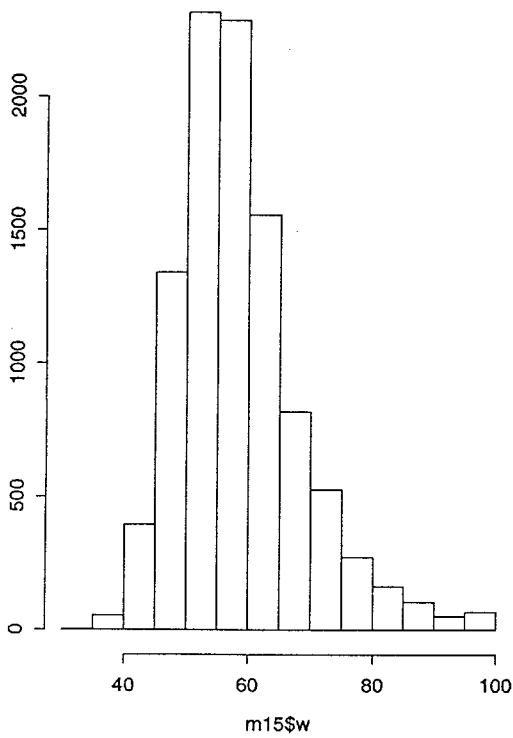
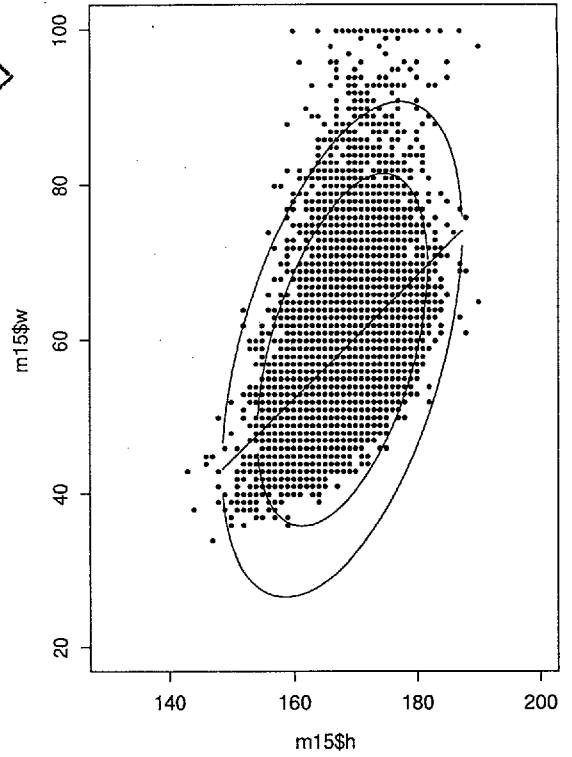


図2 男児15歳の体重とlog(体重)のヒストグラム

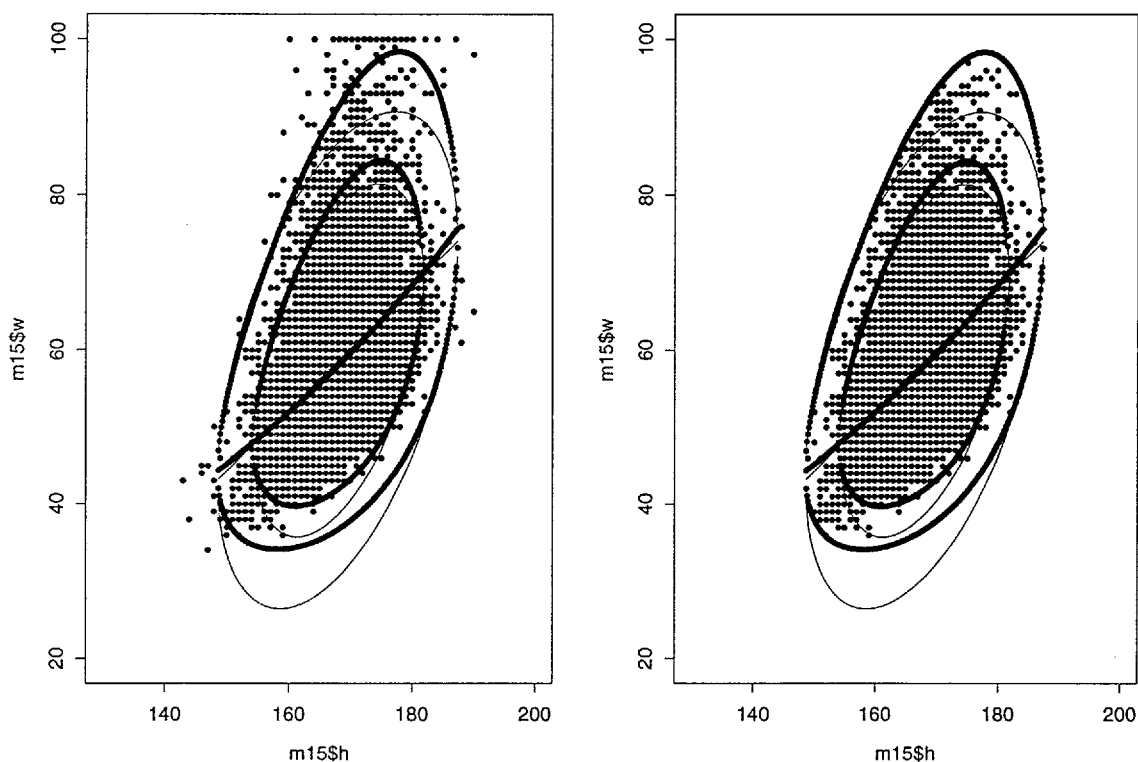


図4 男児15歳の身長をx軸、体重をy軸にしたデータの散布図 (a)生データ、(b)外れ値を除いた後のデータ)と等確率楕円(95%、99.7%)と平均体重の回帰曲線(太線)。細線は、体重に正規分布を仮定した等確率楕円と回帰直線。

表1 体重の身長に対する回帰式

$$y = \exp(a + bx), \quad x: \text{身長}, y: \text{体重}$$

	a	b	a	b
	男子		女子	
5歳	0.720	0.0201	0.676	0.0205
6	0.602	0.0210	0.521	0.0217
7	0.598	0.0209	0.545	0.0213
8	0.461	0.0220	0.495	0.0217
9	0.462	0.0220	0.510	0.0215
10	0.383	0.0225	0.506	0.0215
11	0.575	0.0210	0.588	0.0209
12	0.841	0.0192	0.822	0.0194
13	1.030	0.0179	1.484	0.0153
14	1.263	0.0165	2.015	0.0121
15	1.742	0.0138	2.144	0.0114
16	1.983	0.0124	2.136	0.0116
17	2.227	0.0111	2.168	0.0113

男児

年齢

身長	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17
90	12.5	12.1											
91	12.8	12.3											
92	13.1	12.6											
93	13.3	12.8											
94	13.6	13.1											
95	13.9	13.4											
96	14.2	13.7											
97	14.4	14.0											
98	14.7	14.3											
99	15.0	14.6											
100	15.3	14.9	14.7	14.3									
101	15.6	15.2	15.0	14.7									
102	16.0	15.5	15.3	15.0									
103	16.3	15.8	15.6	15.3									
104	16.6	16.2	16.0	15.7									
105	17.0	16.5	16.3	16.0									
106	17.3	16.9	16.7	16.4									
107	17.7	17.2	17.0	16.7									
108	18.0	17.6	17.4	17.1									
109	18.4	18.0	17.7	17.5									
110	18.8	18.3	18.1	17.9	17.8	17.5							
111	19.1	18.7	18.5	18.3	18.2	17.9							
112	19.5	19.1	18.9	18.7	18.6	18.3							
113	19.9	19.5	19.3	19.1	19.0	18.7							
114	20.3	20.0	19.7	19.5	19.4	19.1							
115	20.7	20.4	20.1	19.9	19.9	19.5							
116	21.2	20.8	20.5	20.4	20.3	20.0							
117	21.6	21.2	21.0	20.8	20.8	20.4							
118	22.0	21.7	21.4	21.3	21.2	20.9							
119	22.5	22.2	21.9	21.8	21.7	21.4							
120	22.9	22.6	22.3	22.3	22.2	21.9	22.2	23.2					
121	23.4	23.1	22.8	22.8	22.7	22.4	22.7	23.6					
122	23.9	23.6	23.3	23.3	23.2	22.9	23.1	24.1					
123	24.3	24.1	23.8	23.8	23.7	23.4	23.6	24.6					
124	24.8	24.6	24.3	24.3	24.2	23.9	24.1	25.0					
125	25.3	25.1	24.8	24.9	24.8	24.5	24.7	25.5					
126	25.9	25.7	25.3	25.4	25.3	25.0	25.2	26.0					
127	26.4	26.2	25.8	26.0	25.9	25.6	25.7	26.5					
128	26.9	26.8	26.4	26.6	26.4	26.2	26.3	27.0					
129	27.5	27.3	26.9	27.1	27.0	26.8	26.8	27.6					
130	28.0	27.9	27.5	27.7	27.6	27.4	27.4	28.1	28.5				
131		28.5	28.1	28.4	28.2	28.0	28.0	28.6	29.0				
132		29.1	28.7	29.0	28.9	28.7	28.6	29.2	29.6				
133		29.7	29.3	29.6	29.5	29.3	29.2	29.8	30.1				
134		30.4	29.9	30.3	30.2	30.0	29.8	30.3	30.6				
135		31.0	30.5	31.0	30.8	30.7	30.4	30.9	31.2				
136		31.7	31.2	31.7	31.5	31.4	31.1	31.5	31.7				
137		32.3	31.8	32.4	32.2	32.1	31.7	32.1	32.3				
138		33.0	32.5	33.1	32.9	32.8	32.4	32.8	32.9				
139		33.7	33.2	33.8	33.7	33.5	33.1	33.4	33.5				

表2 男児の年齢・身長別体重の平均値(中央値)の推定値。

140	34.4	33.9	34.6	34.4	34.3	33.8	34.0	34.1	35.4	39.4	41.3	
141		34.6	35.4	35.2	35.1	34.5	34.7	34.7	36.0	39.9	41.9	
142		35.4	36.1	36.0	35.9	35.3	35.4	35.3	36.6	40.5	42.4	
143		36.1	36.9	36.8	36.7	36.0	36.1	36.0	37.2	41.1	42.9	
144		36.9	37.8	37.6	37.5	36.8	36.8	36.6	37.8	41.6	43.4	
145		37.6	38.6	38.4	38.4	37.5	37.5	37.3	38.5	42.2	44.0	
146		38.4	39.5	39.3	39.3	38.3	38.2	37.9	39.1	42.8	44.5	
147		39.2	40.3	40.2	40.2	39.2	38.9	38.6	39.7	43.4	45.1	
148		40.1	41.2	41.0	41.1	40.0	39.7	39.3	40.4	44.0	45.7	
149		40.9	42.2	42.0	42.0	40.8	40.5	40.0	41.1	44.6	46.2	
150	41.8	43.1	42.9	43.0	41.7	41.2	40.7	41.8	45.2	46.8	48.7	
151			43.8	44.0	42.6	42.0	41.5	42.4	45.8	47.4	49.3	
152			44.8	45.0	43.5	42.8	42.2	43.1	46.5	48.0	49.8	
153			45.8	46.0	44.4	43.7	43.0	43.9	47.1	48.6	50.4	
154			46.8	47.0	45.4	44.5	43.8	44.6	47.8	49.2	50.9	
155			47.9	48.1	46.3	45.4	44.6	45.3	48.4	49.8	51.5	
156			48.9	49.2	47.3	46.3	45.4	46.1	49.1	50.4	52.1	
157			50.0	50.3	48.3	47.2	46.2	46.8	49.8	51.1	52.6	
158			51.1	51.5	49.4	48.1	47.0	47.6	50.5	51.7	53.2	
159			52.3	52.6	50.4	49.0	47.8	48.4	51.2	52.3	53.8	
160			53.4	53.8	51.5	50.0	48.7	49.2	51.9	53.0	54.4	
161					52.6	50.9	49.6	50.0	52.6	53.7	55.0	
162					53.7	51.9	50.5	50.9	53.4	54.3	55.6	
163					54.8	52.9	51.4	51.7	54.1	55.0	56.3	
164					56.0	53.9	52.3	52.6	54.9	55.7	56.9	
165					57.2	55.0	53.3	53.4	55.6	56.4	57.5	
166					58.4	56.1	54.2	54.3	56.4	57.1	58.2	
167					59.6	57.1	55.2	55.2	57.2	57.8	58.8	
168					60.9	58.2	56.2	56.1	58.0	58.5	59.5	
169					62.2	59.4	57.2	57.1	58.8	59.3	60.1	
170					63.5	60.5	58.2	58.0	59.6	60.0	60.8	
171						61.7	59.3	59.0	60.4	60.8	61.5	
172						62.9	60.3	60.0	61.3	61.5	62.1	
173						64.1	61.4	61.0	62.1	62.3	62.8	
174						65.4	62.5	62.0	63.0	63.1	63.5	
175						66.6	63.7	63.0	63.8	63.8	64.2	
176							64.8	64.0	64.7	64.6	65.0	
177							66.0	65.1	65.6	65.5	65.7	
178							67.2	66.2	66.5	66.3	66.4	
179							68.4	67.3	67.5	67.1	67.1	
180							69.6	68.4	68.4	67.9	67.9	
181							70.9	69.5	69.4	68.8	68.6	
182							72.1	70.7	70.3	69.6	69.4	
183							73.4	71.9	71.3	70.5	70.2	
184							74.8	73.1	72.3	71.4	71.0	
185							76.1	74.3	73.3	72.3	71.8	
186								75.5	74.3	73.2	72.5	
187								76.8	75.3	74.1	73.4	
188								78.0	76.4	75.0	74.2	
189								79.3	77.5	76.0	75.0	
190								80.6	78.5	76.9	75.8	

身長 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17

女兒

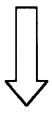
年齡

身長	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17
90	12.4												
91	12.7												
92	12.9												
93	13.2												
94	13.5												
95	13.8	13.2											
96	14.0	13.5											
97	14.3	13.8											
98	14.6	14.1											
99	14.9	14.4											
100	15.2	14.7	14.6										
101	15.5	15.0	14.9										
102	15.9	15.4	15.2										
103	16.2	15.7	15.5										
104	16.5	16.0	15.9										
105	16.9	16.4	16.2	16.1									
106	17.2	16.7	16.6	16.4									
107	17.6	17.1	16.9	16.8									
108	17.9	17.5	17.3	17.1									
109	18.3	17.9	17.7	17.5									
110	18.7	18.3	18.0	17.9	17.8	17.6							
111	19.1	18.7	18.4	18.3	18.2	18.0							
112	19.5	19.1	18.8	18.7	18.6	18.4							
113	19.9	19.5	19.2	19.1	19.0	18.8							
114	20.3	19.9	19.6	19.5	19.4	19.2							
115	20.7	20.3	20.1	20.0	19.8	19.6	19.8						
116	21.1	20.8	20.5	20.4	20.3	20.1	20.2						
117	21.6	21.2	20.9	20.9	20.7	20.5	20.7						
118	22.0	21.7	21.4	21.3	21.1	20.9	21.1						
119	22.5	22.2	21.9	21.8	21.6	21.4	21.5						
120	22.9	22.7	22.3	22.3	22.1	21.9	22.0						
121	23.4	23.2	22.8	22.7	22.6	22.3	22.5						
122	23.9	23.7	23.3	23.2	23.1	22.8	22.9						
123	24.4	24.2	23.8	23.8	23.6	23.3	23.4						
124	24.9	24.7	24.3	24.3	24.1	23.8	23.9						
125	25.4	25.3	24.8	24.8	24.6	24.3	24.4	25.7					
126	25.9	25.8	25.4	25.4	25.1	24.9	24.9	26.2					
127	26.5	26.4	25.9	25.9	25.7	25.4	25.5	26.8					
128	27.0	27.0	26.5	26.5	26.2	26.0	26.0	27.3					
129	27.6	27.6	27.1	27.1	26.8	26.5	26.5	27.8					
130	28.1	28.2	27.6	27.7	27.4	27.1	27.1	28.4	32.0	36.0			
131		28.8	28.2	28.3	28.0	27.7	27.7	28.9	32.5	36.4			
132		29.4	28.8	28.9	28.6	28.3	28.3	29.5	33.0	36.8			
133		30.1	29.5	29.5	29.2	28.9	28.9	30.1	33.5	37.3			
134		30.7	30.1	30.2	29.8	29.5	29.5	30.7	34.1	37.7			
135		31.4	30.8	30.8	30.5	30.2	30.1	31.3	34.6	38.2	39.9	40.1	
136			31.4	31.5	31.2	30.8	30.7	31.9	35.1	38.7	40.3	40.5	
137			32.1	32.2	31.8	31.5	31.4	32.5	35.7	39.1	40.8	41.0	
138			32.8	32.9	32.5	32.2	32.0	33.1	36.2	39.6	41.3	41.5	

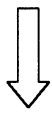
表3 女兒の年齢・身長別体重の平均値(中央値)の推定値。

139	33.5	33.6	33.2	32.9	32.7	33.8	36.8	40.1	41.7	42.0		
140	34.2	34.4	34.0	33.6	33.4	34.4	37.3	40.6	42.2	42.5	42.6	
141		35.1	34.7	34.3	34.1	35.1	37.9	41.1	42.7	42.9	43.1	
142		35.9	35.5	35.1	34.8	35.8	38.5	41.6	43.2	43.4	43.6	
143		36.7	36.2	35.8	35.6	36.5	39.1	42.1	43.7	43.9	44.1	
144		37.5	37.0	36.6	36.3	37.2	39.7	42.6	44.2	44.5	44.6	
145		38.3	37.8	37.4	37.1	38.0	40.3	43.1	44.7	45.0	45.1	
146		39.2	38.7	38.2	37.8	38.7	40.9	43.6	45.2	45.5	45.6	
147		40.0	39.5	39.1	38.6	39.5	41.5	44.2	45.7	46.0	46.1	
148		40.9	40.4	39.9	39.5	40.2	42.2	44.7	46.3	46.6	46.6	
149		41.8	41.2	40.8	40.3	41.0	42.8	45.2	46.8	47.1	47.2	
150	42.7	42.1	41.7	41.1	41.8	43.5	45.8	47.3	47.6	47.7		
151		43.0	42.6	42.0	42.6	44.1	46.3	47.9	48.2	48.2		
152		44.0	43.5	42.9	43.5	44.8	46.9	48.4	48.7	48.8		
153		44.9	44.4	43.8	44.3	45.5	47.5	49.0	49.3	49.3		
154		45.9	45.4	44.7	45.2	46.2	48.0	49.5	49.9	49.9		
155		46.9	46.4	45.7	46.1	46.9	48.6	50.1	50.5	50.5		
156			47.4	46.6	47.0	47.6	49.2	50.7	51.0	51.0		
157			48.4	47.6	47.9	48.4	49.8	51.3	51.6	51.6		
158			49.5	48.6	48.9	49.1	50.4	51.9	52.2	52.2		
159			50.5	49.6	49.8	49.9	51.0	52.5	52.8	52.8		
160				51.6	50.7	50.8	50.6	51.6	53.1	53.5	53.4	
161				52.8	51.8	51.8	51.4	52.3	53.7	54.1	54.0	
162				53.9	52.8	52.8	52.2	52.9	54.3	54.7	54.6	
163				55.1	54.0	53.8	53.0	53.5	54.9	55.3	55.3	
164				56.3	55.1	54.9	53.8	54.2	55.5	56.0	55.9	
165				57.5	56.3	56.0	54.6	54.9	56.2	56.6	56.5	
166					57.4	57.1	55.5	55.5	56.8	57.3	57.2	
167					58.7	58.2	56.3	56.2	57.5	57.9	57.8	
168					59.9	59.3	57.2	56.9	58.1	58.6	58.5	
169					61.2	60.5	58.1	57.6	58.8	59.3	59.1	
170					62.4	61.7	59.0	58.3	59.5	60.0	59.8	
171						62.9	59.9	59.0	60.2	60.7	60.5	
172						64.1	60.8	59.7	60.8	61.4	61.2	
173						65.4	61.7	60.4	61.5	62.1	61.9	
174						66.6	62.7	61.1	62.3	62.8	62.6	
175						67.9	63.6	61.9	63.0	63.5	63.3	
176								62.6	63.7	64.3	64.0	
177								63.4	64.4	65.0	64.7	
178								64.2	65.2	65.8	65.5	
179								64.9	65.9	66.5	66.2	
180								65.7	66.7	67.3	67.0	

身長 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17



検索用テキスト OCR(光学的文字認識)ソフト使用
論文の一部ですが、認識率の関係で誤字が含まれる場合があります



要約:身長別体重の平均値(中央値)、基準範囲を性、年齢別に推定した。基本的な方法は体重の分布は正規分布より高値に長い裾を引く対数正規分布にしたがうと仮定した回帰直線を適用した。